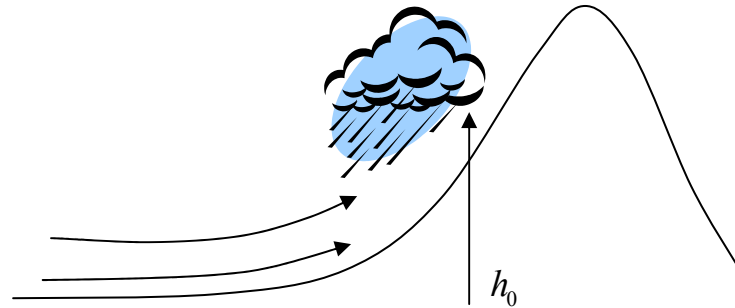


雲的形成—含水蒸氣之空氣熱力學問題

日常生活中許多現象(如焚(foehn)現象與雲的形成)皆與空氣富含水蒸氣有關，本問題將探討含有水蒸氣之空氣的熱力學問題。如下圖所示，有一團含水蒸氣之空氣快速的以等速率沿地表向山上爬升，假設運動速率很大，因此在爬升的過程中可以假設無熱量的進出，即空氣是絕熱的。試回答以下問題：

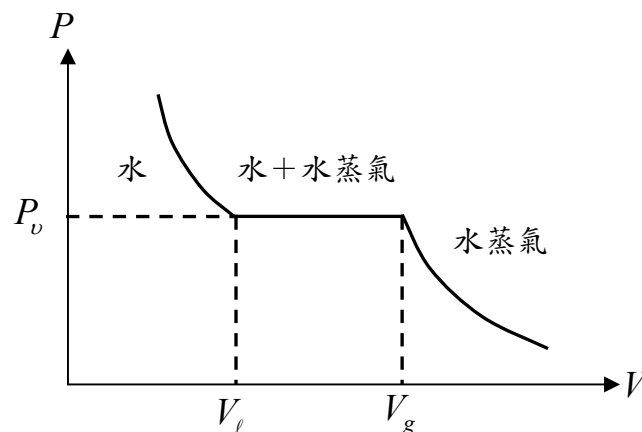


(a) 因為上升的空氣體積會膨脹，所以溫度與壓力皆會下降，因此，空氣中之水蒸氣之含量也會改變。為了求水蒸氣之含量的改變，考慮操作在兩溫度(設其為 T_1 與 T_2 ，且 $T_1 > T_2$)之間的熱機，其作用為將熱量 Q 由 T_1 抽到 T_2 ，同時對外做功 W ，已知若熱機是理想的(即沒有額外不必要的能量耗損)，所做的功為

$$\frac{W}{Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

。又已知在定溫 T 下，水與水蒸氣共存之 PV 關係(設水分子總數為

一莫耳， P =壓力， V =水與水蒸氣之總體積)如下圖所示，其中 P_v 為空氣在溫度 T 時平衡下能包含的最大水蒸氣壓(即飽和蒸氣壓)，而 V_ℓ 與 V_g 則是在溫度 T 時水分子完全轉變為水或水蒸氣的體積。假設 $V_\ell \ll V_g$ ，故 V_ℓ 可被忽略，若在定溫下水由液體轉變為水蒸氣需要之熱量(潛熱)為 ℓ ，利用以上事實求出當溫度由 T 改變為 $T + \Delta T$ 時，此空氣中飽和蒸氣壓之變化 ΔP_v (以 ℓ 、 T 、 ΔT 、 P_v 與氣體常數 R 表示)。



(b) 試以重力加速度 g ，空氣壓力 $P(h)$ ，溫度 $T(h)$ ，每一莫耳空氣的質量 M

及氣體常數 R 表示空氣壓力 $P(h)$ 隨高度 h 之下降率 $\Delta P / \Delta h$ 。

(c) 假設當空氣向山上爬升時，所含水蒸氣一直維持在飽和蒸氣壓。但由於溫度會下降，飽和蒸氣壓也會下降，故部分的水蒸氣會凝結為水，如果忽略水蒸氣體積變化所做之功，而只考慮水由液體轉變為水蒸氣需要之潛熱，求空氣溫度 $T(h)$

隨高度 h 之下降率 $\frac{\Delta T}{\Delta h}$ (以 Mg/R 、 P_v/P 與 ℓ/RT 表示) 並計算在 27°C 之值

(此時 $P_v = 26.73\text{mmHg}$ ， $\ell \approx 2400\text{Joule/g}$ ， $R=8.31$ ， $M=0.029\text{kg/mole}$)。

(d) 當上升的空氣逐漸冷卻以至水蒸氣達到飽和時，會附著在細微的塵粒上，凝結成小水滴。穩定小水滴的形成為小水滴中水分子向外的擴張壓力與水的表面張力平衡的結果。已知 20°C 時水的表面張力為 $7.28 \times 10^{-2} \text{Nm}^{-1}$ ，飽和蒸氣壓為 17.51mmHg ，求溫度為 20°C 時最小不被蒸發之水滴的半徑。

(e) 最小不被蒸發之水滴形成後，會繼續長大，但因為空氣團移動速度很快，水滴會被空氣團帶到其它地點繼續面對不同的溫度與濕度，因此只有某一高度 h_0 以上才有穩定不漂移的雲、霧或雨的形成。已知在空氣中運動的微粒子所受的阻力與其速度 v 及粒子半徑 R 成正比： $F = -6\pi\eta Rv$ (Stoke's law)，

$\eta \approx 2 \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}/\text{sec}$ 為黏滯係數，水的表面張力約為 $7.28 \times 10^{-2} \text{Nm}^{-1}$ ，空氣

團在高度為 0 時之溫度為 30°C ，水蒸氣壓為 17.51mmHg ，密度約為

$1000\text{kg}/\text{m}^3$ ，且空氣團沿地表移動之速率 $v = 10\text{m}/\text{sec}$ (假設 v 大致是向上

的)，若假設當空氣團之水蒸氣達飽和之前與後，溫度下降率可各近似為常數，

求 h_0 。