

## 電磁感應

### 一 目的:

以地磁感應器測地磁，並藉此觀察電磁感應現象。

### 二、原理:

#### (一) 電和磁的關聯:

奧斯特(Oersted)是第一個發現電與磁之間具有相關性的人。1819~1820年冬天，他做了一項實驗:把指南針和導線平行擺置，在導線上通電流，發現到電流會使指南針偏轉。這是人們首次知道電流可以造成磁場。

奧斯特發現，電流的磁效應沒多久，人們就想要尋找相反的效應，即:磁場是否會造成電流?法拉第(Faraday)做了很多實驗，都沒有成功。到了1831年，他做了兩項成功的實驗:(1)把兩個環形導線平行擺在一起，一個接檢流計，另一個接到電池通上電流，他發現:只有在電流開和關的瞬時，檢流計指針會偏轉。他立刻了解，只有磁場變化時才会有感應電流。(2)把環形導線接到檢流計，拿一個磁鐵靠近環形導線，檢流計指針就會偏轉;將磁鐵遠離，檢流計指針就向另一方向偏轉。把磁鐵的極性倒過來，情形也一樣，只是指針向反方向偏轉而已。法拉第深信磁力線是實在的，他認為感應電流的造成，是因為導體切割磁力線，因而推論:感應電流和磁通量的時變率成正比:

$$I \propto \frac{d\Phi_B}{dt}$$

根據歐姆定律，環形導線上的感應電動勢為

$$\varepsilon = RI \propto \frac{d\Phi_B}{dt}$$

以SI制表示，上式可以寫成

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (1)$$

負號表示感應電流產生的磁場彌補原磁場的變化。這裡 $\varepsilon$ 的單位是伏特， $\Phi_B$ 的單位是韋伯(Weber)。 $\Phi_B$ 的計算式為

$$\Phi_B = \int B \cdot dS \quad (2)$$

B的單位是特斯拉(Tesla)，一個特斯拉相當於 $10^{24}$ 高斯(Gauss是CGS單位), S的單位是 $m^2$ 。

(二) 電感:

當導線上有電流通過時，電流在附近空間造成磁場。一個環形導線所定義面積之內的磁通量和所通過的電流成正比，即

$$\Phi \propto I \quad \Phi = LI \quad (3)$$

比例常數L稱為環形導線的自感。在SI制單位中，L的單位是亨利(Henry，以符號H表示)，常用的單位還有mH(=  $10^{-3}$  H)， $\mu$ H(=  $10^{-6}$  H)。根據法拉第定律，當環形導線上的電流改變時，該環形導線上的感應電動勢為

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \quad (4)$$

因此，若使一個環形導線上的電流改變，附帶也會產生一個感應電動勢(電壓)。

當一個環形導線通上電流時，它所造成的磁場在第二個環形導線的磁通量(見圖1)和第一個環路上的電流成正比，即

$$\Phi_2 \propto I_1 \quad \Phi_2 = M_{21}I_1 \quad (5)$$

比例，數 $M_{21}$ 稱為環形導線#1和環形導線#2之間的互感，互感的單位和自感相同。如果在環形導線#2通電流，則它所造成的磁場在環形導線#1的磁通量為

$$\Phi_1 = M_{12}I_2 \quad (6)$$

電磁學的理論可以證明 $M_{21} = M_{12}$ 因此只需用一個互感符號M來代表它們就行了。根據法拉第定律，當環形導線#2的電流在變化時，環形導線#1上的感應電動勢為

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -M\frac{dI_2}{dt} \quad (7)$$



圖 1

### (三) 地磁感應器:

地磁感應器的主體如圖2所示。一個圓形框架上繞著兩組線圈，靠外面的一組較粗，可以通電流，稱為電流線圈，靠內部的一組較細，線圈圈數極多，稱為感應線圈。這個圓形框架以兩個固定點支撐在方形外框上，平常以卡榫A固定在一個方向。實驗時先將卡榫A拉開，將框架翻轉 $180^\circ$ ，壓迫B點附近的彈簧卡，並由卡榫B固定住。只要拉出卡榫B，框架會立刻受彈簧回復力而翻轉 $180^\circ$ 回去。此時，通過感應線圈的地磁磁通量因迅速變化，產生感應電流，而在檢流計顯示出來。這個感應

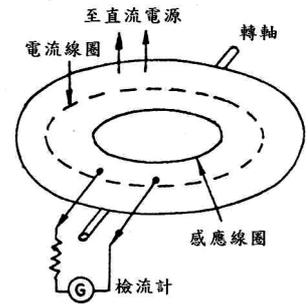


圖 2

電流並不是穩定電流，而是一個電流脈波。當這個脈波的波寬比檢流計的自然振盪週期短很多時，檢流計指針的偏轉和通過的電量成正比(文獻2)。由法拉第定律可以推出，脈波的電量和感應線圈的磁通量變化成正比。因此，檢流計指針的偏轉和感應線圈的磁通量變化成正比。只要知道比例常數就能算出磁通量變化。

### (四) 地磁的測定:

#### 1. 檢流計的衝擊靈敏度:

當電流脈波的波寬遠小於於檢流計指針的週期時，檢流計指針的偏轉 $d$ 和通過電量 $Q$ 成正比，表示為

$$Q = Sd \quad (8)$$

注意:這裡 $d$ 是指針振盪的第一次(最大)偏轉(文獻2)，比例常數 $S$ 稱為檢流計的衝擊靈敏度。測量常數 $S$ 的原理是利用電流線圈上電流的突然改變造成所需要的磁通量變化。先在圖3的電流線圈過穩定電流 $I_c$ ，造成感應線圈上的磁通量 $\Phi_B$ 。由(6)式知

$$\Phi_B = MI_c$$

其中 $M$ 為兩線圈之間的互感。然後，突然切斷電流 $I_c$ ，使磁通量 $\Phi_B$ 突然降到零，根據法拉第定律，感應電動勢(絕對值)為

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = M \frac{dI_c}{dt}$$

故流過檢流計的電流為

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{M}{R} \frac{dI_c}{dt}$$

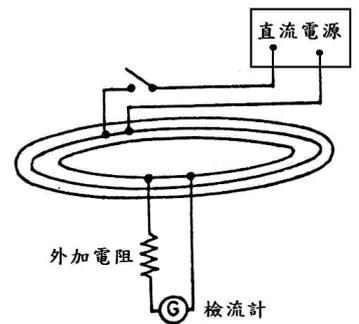


圖 3

式中R 為電路的總電阻，包括感應線圈的內電阻，檢流計的內電阻和外加電阻。外加電阻的目的，是使檢流計的外電路總電阻到達「臨界阻尼外電路電阻」。如此檢流計指針的運動為臨界阻尼振盪<sup>#1</sup>，到達平衡點最迅速。

#1 參考力學振盪原理部份

流過總電量  $Q_M$  為

$$Q_M = \int Idt = \frac{M}{R} \int \frac{I_c}{dt} dt = \frac{MI_c}{R}$$

如果檢流計指針的最大偏轉為  $d_M$ ，則其衝擊靈敏度為

$$S = \frac{Q_M}{d_M} = \frac{MI_c}{Rd_M} \quad (9)$$

## 2. 地磁的鉛錘分量 $B_V$ :

這一部份要用感應線圈上地磁通量的變化來造成感應電流。為了保持與原理(四)-1相同的衝擊靈敏度，不可以改變電路上的外加電阻。如圖4所示，把框架水平放置，壓迫彈簧。等檢流計指針靜止後，拉出卡榫使框架旋轉180°，讀出檢流計的最大偏轉  $d_V$ 。

假設地磁強度為B，框架面積為A，感應線圈的匝數為N，則磁通量為

$$\Phi_B = NAB_{\perp}$$

這裡  $B_{\perp}$  是地磁垂直於感應線圈的分量，框架轉動時， $B_{\perp}$  也隨著改變，只有在框架放在水平位置， $B_{\perp}$  才等於地磁的垂直分量  $B_V$ 。根據法拉第定律，在框架轉動時，感應線圈上的感應電動勢絕對值為

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = NA \frac{dB_{\perp}}{dt}$$

故流過檢流計的電流為

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NA}{R} \frac{dB_{\perp}}{dt}$$

框架翻轉過程中，流過檢流計的總電量為

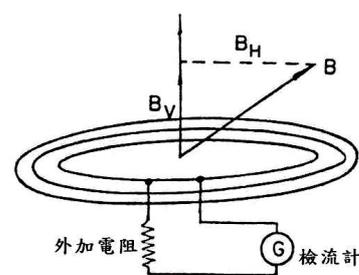


圖 4

$$Q_V = \int Idt = \frac{NA}{R} \int \frac{dB_{\perp}}{dt} dt = \frac{NA}{R} \int_{\text{反}}^{\text{正}} dB_{\perp}$$

$$= \frac{NA}{R} (B_{\perp\text{正}} - B_{\perp\text{反}}) = \frac{2NAB_V}{R}$$

式中  $B_{\perp\text{正}} = B_V$ ， $B_{\perp\text{反}} = -B_V$  如果這時檢流計的偏轉為  $d_V$ ，則

$$Q_V = Sd_V$$

由上兩式可以得到

$$B_V = \frac{SRd_V}{2NA} \quad (10)$$

### 3. 地磁的水平分量 $B_H$ ：

如果將框架放在鉛直方向，而且它的面垂直於指南針，則上面導證過程的  $B_{\perp\text{正}}$  與  $B_{\perp\text{反}}$  分別為  $B_V$  與  $-B_V$  故轉動過程中，流過檢流計的電量  $Q_H$  為

$$Q_h = \frac{2NAB_H}{R}$$

這時檢流計的偏轉  $d_H$  與地磁水平分量的關係式為

$$B_H = \frac{SRd_H}{2NA} \quad (11)$$

### 三、儀器：

電源供應器、地磁感應器、檢流計、三用電表。

### 四、步驟：

#### (一) 測檢流計的衝擊靈敏度 $S$ ：

1. 先熟悉地磁感應器的構造。分辨出哪裡是電流線圈輸入接頭，哪裡是感應線圈輸入接頭，不可弄錯。感應線圈絕對不可通入電流。不可拉動線圈的線頭，如果拉斷線，必須拆掉重新繞線圈。
2. 檢流計背後有內電阻、「臨界阻尼外電路電阻」和電流靈敏度記載。絕對不可以用電表去量檢流計的內電阻，否則會燒壞。例：

1100 $\Omega$	← 內電阻
5400 $\Omega$	← 「臨界阻尼外電路電阻」
0.06 $\mu A$	← 電流靈敏度

3. 用電表量感應線圈的內電阻<sup>#2</sup>。調節外加電阻，使感應線圈的內電阻加上外加電阻剛好等於「臨界阻尼外電路電阻」。

#2 注意:這時不能接上檢流計,否則燒壞。

4. 移走電表，接上檢流計<sup>#3</sup>。將檢流計的指針歸零。

#3 注意:移走電表後，才可以接上檢流計

5. 將直流電源、接到電流線圈，通入0.5 A電流。

6. 等檢流計的指針靜止後，突然切斷電流<sup>#4</sup>，記錄指針第一次最大偏轉 $d_M$ 。

#4 注意:是在電線的開關切斷電流。不是關掉直流電流。

7. 由(9)式算出檢流計的衝擊靈敏度 $S$ 。 $I_c = 0.5A$ ， $R$ =檢流計內阻「臨界阻尼外電路電阻」， $M$ 是兩線圈間的互感，的為40 mH，實際值記錄在儀器上。

### (二)測地磁的鉛垂分量 $B_V$ :

1. 將直流電源、電表儘量移到桌邊，遠離地磁感應器。因為鐵磁性材料在地磁裡會感磁產生磁場，影響實驗的準確度。

2. 拆掉電流線圈到直流電源的接線，這裡不需要電流了。

3. 將檢流計放置椅子上。因為框架翻轉時，桌面震動會影響指針的運動，而且傷害檢流計的軸承。同時檢流計本身是鐵磁性的物質，自然以遠離感應線圈為宜。

4. 使框架壓迫彈簧，待指針停止後，拉出卡榫使框架反轉，記錄指針最大偏轉 $d_M$ 。

5. 由(10)式計算地磁鉛垂分量 $B_V$ 。這裡 $N$ 約為3200匝，實際數字記錄在儀器上; $A$ 為感應線圈面積，可以由 $r = 11.0\text{ cm}$ 算出。注意:因為公式採用SI制， $A$ 的單位為 $m^2$ ， $B_V$ 的單位為特斯拉，可以接算為高斯。

### (三)測地磁的水平分量 $B_H$ :

1. 所有操作同(二)，只是將框架放在鉛垂方向，且垂直於指南針。

2. 計錄最大偏轉  $d_M$ 。

3. 由(11)式求出地磁的水平分量  $B_H$ 。得到的單位是特斯拉，可以換算為高斯。

(四) 計算地磁強度  $B$  和磁傾角  $\theta$ ：

$$B = (B_H^2 + B_V^2)^{1/2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{B_V}{B_H}$$

五、問題：

1. 如果使框架翻轉  $360^\circ$ ，檢流計指針的偏轉為多少(參考文獻2)？
2. 地磁感應器在設計上為何使用較細、較多圈者作為感應線圈，而不用較粗銅線那一組？

六、參考文獻：

1. D. Halliday & R. Resnick : Fundamentals of Physics, extended 3rd ed., ( John Wiley & Sons, Inc., 1988 ) §32-3~ §32-6, p.741~p.750。
2. J. B. Marion: Classical Dynamics of Particles & Systems, 2nd ed., ( 歐亞書局，台灣版，1985) §4-6, p.134~p.142 , 3rd ed, §3-10 , p.128~p.135。